



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE - SEPTIEMBRE 2016

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & b \\ -1 & c & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, con a, b y c números reales.

- 1) [1,75 PUNTOS] Calcule los valores de a, b y c para que $AB = C$.
- 2) [1,5 PUNTOS] Calcule la inversa de A cuando $a = 0, b = 1, c = -1$.

Ejercicio 2

Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 3 & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x^2 - 5} & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

- 1) [1 PUNTO] Calcule a y b para que la función f sea continua en todo \mathbb{R} .
- 2) [2,5 PUNTOS] Si $a = 1$ y $b = 2$, calcule el área encerrada bajo la gráfica de $f(x)$ entre las rectas $y = 0$, $x = 0$ y $x = 3$.

Ejercicio 3

Considere los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, -1, 1)$ y $C = (2, -1, 2)$ de \mathbb{R}^3 .

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule P , la proyección ortogonal del punto A sobre la recta \overline{BC} .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de A a la recta \overline{BC} .
- 3) [0,75 PUNTOS] Compruebe que $|\overrightarrow{CA}|^2 - |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{CP}|^2 - |\overrightarrow{PB}|^2$.

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 3a \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- 1) [3,25 PUNTOS] Estudie el comportamiento del sistema dependiendo del valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Calcule todas sus soluciones cuando el sistema sea compatible.

Ejercicio 2

Sea $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

- 1) [2,5 PUNTOS] Estudie el dominio de f , cortes con los ejes, simetrías respecto del eje OY y respecto del origen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos locales y asíntotas de la función $f(x)$.
- 2) [1 PUNTO] Dibuje un esbozo de la gráfica de f .

Ejercicio 3

Sean $P = (1, -1, 1)$, $Q = (0, 1, 3)$, $R = (1, 2, 2)$ tres puntos de \mathbb{R}^3 .

- 1) [1 PUNTO] Calcule un vector v con la misma dirección y sentido que \overrightarrow{PQ} y con el mismo módulo que \overrightarrow{QR} .
- 2) [1 PUNTO] ¿Están los puntos P , Q y R alineados? En caso negativo, calcule el área del triángulo PQR .
- 3) [1,25 PUNTOS] Calcule una recta perpendicular a \overline{PQ} que pase por el punto R .