



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

## PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE - SEPTIEMBRE 2016

### MATEMÁTICAS II

#### INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

#### OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

##### Ejercicio 1

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & b \\ -1 & c & a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $a, b$  y  $c$  números reales.

- 1) [1,75 PUNTOS] Calcule los valores de  $a, b$  y  $c$  para que  $AB = C$ .
- 2) [1,5 PUNTOS] Calcule la inversa de  $A$  cuando  $a = 0, b = 1, c = -1$ .

##### Ejercicio 2

Sea  $f$  la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 3 & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x^2 - 5} & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

- 1) [1 PUNTO] Calcule  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .
- 2) [2,5 PUNTOS] Si  $a = 1$  y  $b = 2$ , calcule el área encerrada bajo la gráfica de  $f(x)$  entre las rectas  $y = 0$ ,  $x = 0$  y  $x = 3$ .

##### Ejercicio 3

Considere los puntos  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (0, -1, 1)$  y  $C = (2, -1, 2)$  de  $\mathbb{R}^3$ .

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule  $P$ , la proyección ortogonal del punto  $A$  sobre la recta  $\overline{BC}$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de  $A$  a la recta  $\overline{BC}$ .
- 3) [0,75 PUNTOS] Compruebe que  $|\overrightarrow{CA}|^2 - |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{CP}|^2 - |\overrightarrow{PB}|^2$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 3a \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- 1) [3,25 PUNTOS] Estudie el comportamiento del sistema dependiendo del valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ . Calcule todas sus soluciones cuando el sistema sea compatible.

### Ejercicio 2

Sea  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

- 1) [2,5 PUNTOS] Estudie el dominio de  $f$ , cortes con los ejes, simetrías respecto del eje OY y respecto del origen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos locales y asíntotas de la función  $f(x)$ .
- 2) [1 PUNTO] Dibuje un esbozo de la gráfica de  $f$ .

### Ejercicio 3

Sean  $P = (1, -1, 1)$ ,  $Q = (0, 1, 3)$ ,  $R = (1, 2, 2)$  tres puntos de  $\mathbb{R}^3$ .

- 1) [1 PUNTO] Calcule un vector  $v$  con la misma dirección y sentido que  $\overrightarrow{PQ}$  y con el mismo módulo que  $\overrightarrow{QR}$ .
- 2) [1 PUNTO] ¿Están los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  alineados? En caso negativo, calcule el área del triángulo  $PQR$ .
- 3) [1,25 PUNTOS] Calcule una recta perpendicular a  $\overline{PQ}$  que pase por el punto  $R$ .